

Quantentheorie und die Teilung der Welt

Rudolf Haag

Schliersee-Neuhaus, Waldschmidtstr. 4b

Z. Naturforsch. **54a**, 2–10 (1999); received August 7, 1998

Georg Süßmann zum 70. Geburtstag in Erinnerung an manche Gespräche.

We discuss an ontological model suggested by quantum physics. In presently existing theory its scope is limited. The judgment of the significance of these limitations depends on further developments.

I. Einleitung

Ein Jubiläum gibt Anlaß zur Rückbesinnung, Bestandsaufnahme. In den frühen Fünfziger Jahren beschäftigte meinen Doktorvater Fritz Bopp die Frage: wie können wir verstehen, daß in der Quantentheorie die Wahrscheinlichkeiten als Absolutquadrate von komplexen Amplituden auftreten? Es entstanden Arbeiten mit Titeln wie „Würfelbrettspiele, deren Steine sich quantenmechanisch bewegen“. Ich hatte 1953 das Glück, ein Jahr in Kopenhagen verbringen zu können. Niels Bohr sprach mich an: „Ich habe schon wieder ein Manuskript von Professor Bopp erhalten. Ich verstehe nicht, warum man sich mit Dingen beschäftigt, die seit Jahrzehnten völlig klar sind. Es gibt doch so viele interessante neue Probleme“. Meine unüberlegte Antwort: „Vielleicht sind die Dinge nicht so klar“ hatte einige Diskussionen zur Folge. Ich versuchte zu argumentieren, daß wir die Wurzel des Superpositionsprinzips nicht verstehen und daß die Analyse der mathematischen Struktur Hinweise auf die Weiterentwicklung der Theorie geben könne. Bohrs unmittelbare Antwort: „Aber das ist sehr dumm. Es gibt keine Inspiration ohne Bezug auf das Experiment“. Zwei weitere Sätze sind mir in Erinnerung geblieben: „Vor Jahren kam Dirac zu mir mit ähnlichen Ansichten. Damals mußte ich eine ganze Woche lang reden...“ „Natürlich können Sie die Mathematik ändern, aber das ändert nichts an den grundlegenden Erkenntnissen der Quantentheorie“. Kommentar eines Zuhörers: „Sie haben über verschiedene Dinge in verschiedenen Sprachen geredet“. In der Tat. Denselben Eindruck vermitteln viele Diskussionen über den Status und die Interpretation der Quantentheorie. Als ich Niels Bohr zum letzten Mal begegnete und mich für meine unreifen Bemerkungen entschuldigte

gen wollte, wehrte er nur ab „wir haben alle unsere Meinungen“. Die seitdem verstrichenen 40 Jahre brachten viele neue Erfahrungen in der experimentellen Hochenergiephysik und, parallel dazu, Veränderungen bei den Grundbegriffen in der Theorie. Sie brachten auch einen enormen Fortschritt der experimentellen Möglichkeiten in der Atomphysik, die wesentliche Aspekte der früheren Diskussionen klarer hervortreten lassen.

Für Niels Bohr war das Wort Quantentheorie geprägt durch das Erlebnis des an ein Wunder grenzenden Durchbruchs der Jahre 1925–1930. Eingeleitet durch die Erfindung mathematischer Formalismen zur Behandlung eines offenen physikalischen Problems (der Bestimmung der diskreten Quantenzustände) wurde in wenigen Jahren eine Sprache, ein Begriffssystem und eine mathematische Struktur geschaffen, die eine unübersehbare Fülle von Erscheinungen ordnen und voraussagen ließ ohne Zuhilfenahme neuer empirischer Daten. Sie erforderte einen radikalen Bruch mit dem traditionellen Selbstverständnis der Physik, offenbar den Verzicht auf eine Ontologie der Natur, die Einbeziehung des Beobachters als unverzichtbaren Teil der Beschreibung. Die Unvermeidbarkeit dieses Bruchs folgerte Bohr aus seinen Überlegungen zur Epistemologie. Auf der einen Seite steht „unsere Unfähigkeit atomaren Objekten konventionelle Attribute beizulegen“. Auf der anderen die Notwendigkeit, bei jedem Experiment „unseren Freunden mitteilen zu können, was wir getan und was wir gelernt haben“ [1]. Dies erfordert aber eine Beschreibung der experimentellen Anordnung und der Ergebnisse in der Sprache einer naiven Ontologie, die sich aus der Alltagssprache in eindeutiger Weise entwickelt hat.¹ Somit erfordert die Ana-

Reprint requests to Prof. Dr. R. Haag.

¹ Bohr nennt dies „die Sprache der klassischen Physik“. Ich empfinde das Wort „klassisch“ in diesem Zusammenhang als unglücklich gewählt. Einerseits suggeriert es, daß Quanten-

0932-0784 / 99 / 0100-0002 \$ 06.00 © Verlag der Zeitschrift für Naturforschung, Tübingen · www.znaturforsch.com



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

lyse jedes Experiments eine Dreiteilung der Welt: erstens einen „Beobachter“, dann ein „physikalisches System“, d. h. einen Ausschnitt aus der Natur, welcher durch die Versuchsanordnung ausgewählt wird, und schließlich den Rest des Universums, der pauschal beschrieben wird, sofern er für das Experiment eine Relevanz besitzt. Die Wahl des Schnitts zwischen diesen Teilen ist eine Frage der Zweckmäßigkeit. Das Wissen, das wir gewinnen, ist das am Ende stehende Ereignis, das „Beobachtungsergebnis“, eine nicht weiter zerlegbare Einheit.

Es ist wohl keine Frage, daß hier in sehr klarer Weise die Voraussetzungen beschrieben werden, denen jedes Experiment unterliegt, und, damit verbunden, der Hinweis auf die Einschränkung unserer Möglichkeiten, Wissen zu gewinnen. Trotzdem bleibt ein Unbehagen, das viele bewegte. Experimente sind kein Selbstzweck. Traditionell war es ihr Ziel „die Geheimnisse der Natur zu entschleiern“. Was heißt das? Das Ziel war ein ontologisches Modell, das weitmöglichst mit den Erfahrungen übereinstimmt. Dies war Einsteins Verständnis des Wesens einer Theorie. Sie ist nicht an Epistemologie gebunden sondern stellt stets eine Extrapolation dar über das hinaus was wir wissen können. Sie kann nicht aus den Experimenten abgelesen werden sondern erfordert eine „freie Erfindung des Geistes“. Man wird nicht erwarten, daß ein solches Modell ein vollständiges, endgültiges Bild der Welt darstellt. Die Theorie hat eine begrenzte Domäne. Es gibt Phänomene, die in ihr nicht mehr richtig beschrieben werden und es gibt Grundbegriffe, auf deren Auflösung sie in Selbstbeschränkung verzichtet. Eine „Theory of Everything“ wird wohl nie entwickelt werden.

Wie steht es mit der Quantentheorie? Die Trennung zwischen Beobachter und System wird aus der epistemologischen Analyse übernommen durch die Axiomatisierung des Begriffs „Observable“ bei Dirac und von Neumann. Bedeutet dies, daß Quantentheorie weit entfernt von einem ontologischen Modell ist, und daß sie

theorie nicht ohne eine vorausgehende klassische (deterministische?, ontologische?) Theorie formuliert werden kann mit der sie durch ein Korrespondenzprinzip und eine formale Vorschrift der „Quantisierung“ verbunden ist. In der historischen Entwicklung spielten diese Analogien eine entscheidende Rolle. Eine grundsätzliche Bedeutung kann ich ihnen nicht zugesen. Bei der Beschreibung eines Experiments benutzen wir zur Vereinfachung und zur Fokussierung auf die wesentlichen Züge alle Begriffe, die durch frühere Arbeit von Physikern in eindeutiger operationeller Weise mit der Alltagssprache verbunden werden können. Dazu gehört ein Strahl von H-Atomen in einem hochangeregten metastabilen Zustand ebenso wie ein elektromagnetisches Feld.

die Möglichkeit eines solchen Modells grundsätzlich verneint? Bei einer Meinungsumfrage unter Physikern würde wahrscheinlich bei beiden Fragen die Zahl der ja-Stimmen deutlich überwiegen. Ich halte dieses Urteil für zu eng. Es gibt nicht „die“ Quantentheorie. Wir haben die nichtrelativistische Quantentheorie der materiellen Partikel und Photonen. Dies ist eine vollständige, abgeschlossene Theorie (wenn wir die Atomkerne als gegeben betrachten und Kernphysik ausklammern). Sie enthält „freie Erfindungen des Geistes“ nämlich die präzise mathematische Struktur und die Zuordnung mathematischer Elemente zu Elementen der Naturerfahrung. Und sie kann, wenn wir Ontologie nicht zu eng definieren, durchaus als ontologisches Modell mit einer bestimmten Domäne, innerhalb deren sie in hervorragender Weise mit den Erfahrungen übereinstimmt, aufgefaßt werden. Dies soll im nächsten Abschnitt etwas näher ins Auge gefaßt werden. In der Hochenergiephysik haben wir Stücke einer Theorie, die eine wesentliche Verschiebung der Perspektive zeigen. Wir haben aber noch keine vollständige Theorie. Dazu einige Bemerkungen im 3. Abschnitt.

Zunächst zurück zu der Frage: was bedeutet das Wort „Beobachter“? Die verschiedenen Seiten des Schnitts unterscheiden sich durch die Verschiedenartigkeit ihrer Beschreibung. Nicht (oder jedenfalls zunächst nicht) durch eine intrinsische Verschiedenartigkeit. Heisenberg nennt als Beispiel, daß eine Photoplatte als „der Beobachter“ angesehen werden kann, aber ebenso gut als Teil des physikalischen Systems. Im ersten Fall ist das Beobachtungsergebnis die Entstehung eines kleinen Silberkristalls an irgendeiner Stelle der Platte zu einer ungefähr definierten Zeit. Es wird als Faktum eingestuft. Im zweiten Fall brauchen wir einen Beobachter der Photoplatte. Im Normalfall wird seine Funktion lediglich darin bestehen dieses Faktum zu registrieren. Dabei ist es unwesentlich ob die Inhomogenität auf der Platte durch Fixierung zu einem bleibenden Dokument gemacht wurde. Der Formalismus der Quantentheorie würde allerdings eine andere Art der Beobachtung der Photoplatte zulassen, gewissermaßen komplementär zur Ortsbestimmung eines Silberkörnchens in der Emulsion. Es gibt zwar gute Gründe anzunehmen, daß sich ein solches Beobachtungsinstrument nie realisieren ließe selbst bei unbeschränkten finanziellen Mitteln eines eigens zu diesem Zweck gegründeten Instituts. Stichwort: effektive Dekohärenz bei Systemen mit vielen Freiheitsgraden. Aber wenn wir diese Möglichkeit trotzdem ernst nehmen, dann müßten wir sagen, daß innerhalb dieser hypothetischen Versuchsanordnung die Photoplatte nicht

mehr als Beobachter angesehen werden kann; sie schafft kein Faktum. Für das erweiterte Beobachtungsinstrument gilt dann dasselbe. Auch dieses kann kein Faktum schaffen. Wir kommen zu einer Kette von Beobachtern der Beobachter. Wo endet sie? Manche bedeutenden Wissenschaftler (von Neumann, London und Bauer, Wigner) haben als Antwort vorgeschlagen: sie endet im Bewußtwerden. Das Bewußtsein ist die letzte Entscheidungsinstanz. Am schärfsten hat dies Wigner (1963) ausgedrückt: „Wenn man die Gesetze der Quantentheorie als Beschreibung der Wahrscheinlichkeit von Bewußtseinsindrücken formuliert, so sind diese ipso facto die primären Gegebenheiten mit denen man zu tun hat“. Man wird nicht bestreiten, daß „unser Wissen von einer äußeren Welt der Inhalt unseres Bewußtseins“ ist. Aber die Quantentheorie handelt nicht von den Bewußtseinseindrücken eines Menschen. Das empirische Material, das sie ordnet, besteht aus reproduzierbaren Phänomenen, bei deren Identifikation kein Zweifel zwischen verschiedenen Forschergruppen bestehen darf. Sie können als Fakten in der Natur (einer gedachten Außenwelt) angesehen werden. Es spielt keine Rolle, ob dem Phänomen ein Bewußtseinseindruck entspricht. Beobachtungsergebnisse sind grobe Phänomene. Sie sind der Wechselwirkung zwischen zwei Objekten, die als real angesehen werden, zugeordnet. Der Grobheit des Phänomens entspricht die Asymmetrie zwischen den beiden Objekten. Das Beobachtungsinstrument ist groß, das beobachtete System kann klein sein. Dieser quantitative Unterschied spiegelt sich in der verschiedenartigen Bezeichnung der beiden Objekte. Wir können aber die Theorie benutzen um die Betrachtung zu verfeinern. Das wesentliche Problem ist dabei die Teilung der Natur in individuelle, benennbare Elemente, denn ohne eine solche ergeben sich keinerlei physikalische Aussagen. Die nichtrelativistische Quantentheorie bietet uns eine Palette von möglichen Bausteinen. Es sind einerseits „Objekte“ andererseits „Ereignisse“ d.h. unzerlegbare Wechselwirkungsprozesse zwischen Objekten. Beispiele von Objekten, die ganzheitlich betrachtet werden müssen, sind Atome, Moleküle, Kristalle. Beispiel eines unzerlegbaren Ereignisses etwa der Ionisationsprozess eines Atoms durch Elektronenstoß. Auch Ereignisse müssen ganzheitlich betrachtet werden. Bohr hat darauf hingewiesen, daß ein Quantenprozess nicht als kontinuierliche Veränderung von Eigenschaften der Partner verstanden werden kann sondern eine unzerlegbare Einheit bildet [2]. Den Objekten, auch den „atomaren“ weist die Theorie Attribute zu, nämlich eine innere Struktur, beschrieben durch die innere Wellenfunktion (nach

Abseparation der Schwerpunktsbewegung). Jedes Atom im Grundzustand hat dieselbe Struktur. Die Klassifikation der stabilen Objekte und Bestimmung ihrer inneren Struktur ist einer der Triumphe der Quantentheorie. Konventionelle Attribute, wie etwa den Schwerpunktsort zu einer bestimmten Zeit, besitzt das Objekt nicht. Die Born'sche Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Wellenfunktion (hier die der Schwerpunktsbewegung) kann nicht verstanden werden als Wahrscheinlichkeit für einen Ort, der dem Objekt zukommt, und den wir lediglich nicht kennen. Der „Kopenhagener“ Standpunkt, daß das Attribut „Ort“ erst bei einer Ortsmessung entsteht, ist durch die Diskussion vieler Experimente wohl begründet. Ortsmessung bedeutet aber eine Wechselwirkung des Objekts mit einem anderen, also ein Ereignis. Das Attribut einer Lage in Raum und Zeit bezieht sich auf Ereignisse, nicht auf Objekte. Weiterhin bedeutet der intrinsische Indeterminismus der Theorie, daß wir in ein ontologisches Bild sowohl Möglichkeiten wie Fakten einbeziehen müssen. Eine solche Unterscheidung erzwingt die Unterscheidung zwischen Zukunft und Vergangenheit. Die Zukunft ist offen, die Realisierung von Fakten gehört zur Vergangenheit. Hierauf hat insbesondere C. F. v. Weizsäcker immer wieder hingewiesen.

Die Quantentheorie macht quantitative Aussagen über Wahrscheinlichkeiten. Wahrscheinlichkeiten für was? Wir brauchen zunächst ein ontologisches Bild der in Betracht kommenden Fakten. In der epistemologischen Analyse eines Experiments ist dies zunächst die naive Ontologie, die in der Beschreibung der Versuchsanordnung und der Beobachtungsergebnisse benutzt wird. Die Theorie, als Synthese vieler Experimente, erlaubt eine Verfeinerung des ontologischen Bilds. In jedem Falle aber reden wir von Wahrscheinlichkeit für die Entstehung neuer Fakten beim Vorliegen von Fakten der Vergangenheit. Jedes Faktum ist einmalig im Universum. In einem ontologischen Modell müssen wir daher den Wahrscheinlichkeitsbegriff auf den Einzelfall beziehen, wie dies im täglichen Leben bei Risikoabschätzungen getan wird, und wir müssen dieser Wahrscheinlichkeit eine ontologische Bedeutung zumessen, die der Konfiguration vergangener Fakten zugeordnet ist und die, als Zustand im quantentheoretischen Sinn, als Attribut der künftigen Möglichkeiten angesehen wird. Eine solche Auffassung der Wahrscheinlichkeitsaussagen der Quantentheorie ist vielfach vorgeschlagen worden, z.B. von Popper unter der Bezeichnung „propensity“, von Mermin als „objektive Wahrscheinlichkeit“. Sie macht keinerlei Schwierigkeiten, ist allerdings niemals

direkt verifizierbar, denn wir können sie nur durch Auszählen der relativen Häufigkeit in einem Ensemble von (nach bestem Wissen gleichartigen) Fällen prüfen. Aber dies ist kein relevanter Einwand. Jede anspruchsvolle Theorie enthält Begriffe, die nicht direkt verifizierbar sind.

Ein Stoßprozess zwischen stabilen Objekten hat einige Züge, die analog sind zu einem Beobachtungsprozess. Ein wesentliches Attribut eines solchen Ereignisses ist die Lokalisation. Um die Vorstellung in etwas vereinfachender Weise zu fixieren: wir reden von der Lage eines Stoßzentrums in einem etablierten Bezugssystem. Die Theorie erlaubt uns die Behauptung², daß dem Einzelereignis eine solche Lage zukommt mit einer Schärfe der Größenordnung $[\sum (\lambda_i d_i)^{-1}]^{-1/2}$, wobei λ die de Broglie Wellenlänge und d den Abstand vom vorangehenden Ereignis des Objekts bedeutet [3], auch wenn der Überlapp der Wellenfunktionen ein Gebiet viel größerer Ausdehnung erfüllt und unabhängig davon, ob wir diesen Ort in einer späteren Beobachtung festzustellen versuchen. Diese Auffassung bedeutet, daß wir im Einzelfall eine Entscheidung für die Realisierung eines Ortes unter vielen möglichen postulieren können, in Analogie zu den Alternativen bei einer Beobachtung. Die propensity (Neigung) für die Wahl dieses Ortes kann aus der Konstellation früherer Ereignisse berechnet werden.

Das so entstehende ontologische Bild unterscheidet sich grundlegend von dem klassischen. Es zeichnet eine Welt, die sich fortzeugend weiterentwickelt, in der stets neue Fakten entstehen. Die Fakten der Vergangenheit bestimmen lediglich die Potentialität für künftige Möglichkeiten, quantitativ beschrieben durch einen Zustand, der die propensities zusammenfaßt. Dem einzelnen Objekt kann ein solcher Zustand nur in einem sehr eingeschränkten Sinn zugeschrieben werden. Das zeigen die Korrelationen in den Wahrscheinlichkeiten für das gemeinsame Auftreten mehrerer Ereignisse, die in der Theorie der Verschränkung von Wellenfunktionen entsprechen und experimentell verifiziert wurden (s. nächster Abschnitt). Dies bedeutet, daß dem einzelnen Objekt eine ontologische Realität nur in seiner Eigenschaft als Träger einer kausalen Verbindung zwischen zwei Ereignissen zugesprochen werden kann. Das Objekt bleibt ein Teil der Potentialität solange das Zielereignis nicht zum abgeschlossenen Faktum geworden ist.

² Dabei werden solche formalen Observablen ausgeschlossen, die keiner realisierbaren Versuchsanordnung entsprechen, sowie solche, die sich außerhalb eines genügend großen Isolationsgebiets des Ereignisses befinden.

Die beschriebenen Attribute von stabilen Objekten und Ereignissen sind zunächst rein gedankliche Konstrukte der Theorie. Sie ergeben aber ein ontologisches Bild, das in seinem Anwendungsbereich mit der Erfahrung sehr gut übereinstimmt. Dieser Bereich ist allerdings dadurch begrenzt, daß wir von einer Teilung der Welt in individuelle stabile Objekte und entsprechende Ereignisse nur im Grenzfall ausreichender Isolation sprechen können. Es sind asymptotische Begriffe, die einer bestimmten Idealisierung angepaßt sind.

In komplexeren Situationen wird das Herausschälen von Elementen, denen Individualität in einem ontologischen Bild zugesprochen werden kann, schwieriger. In der Praxis benutzt man Idealisierungen, die der jeweiligen Situation angepaßt sind und die zumeist eine Beschränkung auf eine gröbere Beschreibung bedingen. Die Formulierung der Quantentheorie gibt keine Antwort auf die Frage: „Was ist ein elementares Faktum?“ Bei der Konstruktion einer möglichen „Geschichte“, die eine Gliederung des Ganzen in einzelne Elemente voraussetzt, sind wir gegenwärtig auf Idealisierungen angewiesen, die große quantitative Unterschiede benutzen um eine „effektive Dekohärenz“ zu begründen. Bei komplexen Situationen sind es die große Zahl der Freiheitsgrade, bei der oben geschilderten einfachen Situation sind es die großen Abstände. Es soll aber betont werden, daß diese Problematik nicht gemildert wird wenn wir die Entscheidungen in den Bereich des Bewußtseins verlegen. Sie verändert auch nicht die Notwendigkeit sowohl Fakten wie Potentialitäten in die Beschreibung einzubeziehen, und dies führt zu dem evolutionären Bild mit Entscheidungen in der Natur, das den Übergang von Möglichkeiten zu Fakten enthält. Ein ähnliches ontologisches Bild wurde bereits 1929 von A. N. Whitehead in seinem Buch „Process and Reality“ entworfen (s. auch [4]). Die Antwort auf die Frage nach den Grenzen der Teilbarkeit der Natur wird sich mit der Weiterentwicklung der Theorie vermutlich verändern.

II. Nicht relativistische Quantentheorie

II.1 Mathematische Struktur

Die betrachteten Systeme bestehen aus einer gewissen Anzahl materieller Grundbausteine (wir beschränken uns auf Elektronen und Atomkerne) und aus einem elektromagnetischen Anteil, den wir nach der Fermi'schen Zerlegung aufspalten in einen transversalen Teil, der als System einer unbestimmten Zahl von Photonen beschrieben wird, einen longitudinalen Teil, der die Coulomb-

Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern ergibt, und eventuell ein äußeres Feld, das von äußeren Quellen herrührt, das wir aber nicht als Teilsystem ansehen sondern als klassisches Feld beschreiben. Jedem System ist ein Hilbert-Raum zugeordnet. Der Hilbert-Raum des Gesamtsystems ist das Tensorprodukt der Hilbert-Räume der Teilsysteme (antisymmetrisiert bzw. symmetrisiert bei mehreren gleichartigen Bausteinen).

Ein Zustand des Systems (die Zusammenfassung unseres Wissens über seine Vorgeschichte) wird dargestellt durch einen positiven Operator ρ mit Spur 1 in dem Hilbert-Raum, genannt „statistischer Operator“. Dies ist ein Operator, der sich in der Form

$$\rho = \sum \lambda_i P_i \quad (1)$$

darstellen läßt, wobei die Gewichte λ_i positive Zahlen mit $\sum \lambda_i = 1$ und die P_i orthogonale, 1-dimensionale Projektoren sind. Wenn nur ein einziges Gewicht λ von Null verschieden ist, dann nennt man den Zustand „rein“. In diesem Fall kann man den Zustand einfacher charakterisieren durch einen Einheitsvektor Ψ in dem 1-dimensionalen Teilraum auf den P projiziert, einen „Zustandsvektor“. Ein nicht reiner Zustand kann in vielerlei Weise zerlegt werden in der Form

$$\rho = \sum \mu_i \rho_i, \quad (2)$$

wobei die μ_i wiederum positive Gewichte und die ρ_i andere (reinere) statistische Operatoren sind. Wenn man sich vorstellt, daß der Zustandsbegriff nicht einem Einzelsystem zugeordnet wird sondern einem statistischen Ensemble das durch eine, nach einer bestimmten Vorschrift konstruierte, Quelle präpariert wird, dann kann man (2) deuten als Ensemble, das durch Mischung der Ensembles ρ_i entsteht. Die Wahrscheinlichkeiten für beliebige künftige Beobachtungsergebnisse hängen nur von ρ ab, und es erscheint zunächst außerordentlich merkwürdig, daß es keinerlei Unterschied macht in welcher Weise ρ als Mischung anderer Ensembles zustande gekommen ist. Die spezielle Form (1), die der Spektralzerlegung von ρ entspricht, erscheint mathematisch bevorzugt. Wir werden unter II.3 sehen, daß ihr auch eine physikalische Bedeutung zukommt.

Eine Beobachtung wird durch einen Satz orthogonaler Projektoren $\{P_k\}$ dargestellt. $P_k = P_k^*$; $P_k^2 = P_k$; $P_k P_l = 0$ für $k \neq l$. Sie können auf Unterräume beliebiger Dimensionenzahl projizieren. Jeder dieser Projektoren entspricht einem der möglichen Beobachtungsergebnisse. Die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis k im Zustand ρ ist gegeben durch

$$w_k = \text{tr} \rho P_k. \quad (3)$$

Das Symbol tr bedeutet die Spur des Operators. Die Positivität von ρ garantiert die Positivität der Zahl w_k . Wenn man den verschiedenen Alternativen k jeweils reelle Zahlen a_k als „Meßwerte“ zuordnet, dann wird der selbstadjungierte Operator

$$A = \sum a_k P_k \quad (4)$$

als die, dem so geeichten Instrument zugeordnete, Observable bezeichnet.

II.2 Beziehung zu Raum und Zeit

Zur Anwendung des allgemeinen Formalismus auf physikalische Probleme brauchen wir eine Brücke von der naiven Beschreibung experimenteller Anordnungen zu spezifischen mathematischen Objekten (ρ, P_k). Historisch wurde dazu die formale Korrespondenz zwischen Größen der klassischen Mechanik und quantentheoretischen Operatoren herangezogen. In der Lehrbuchliteratur nimmt die Beschreibung dieser Regeln einen bedeutenden Platz ein. Ein anderer Weg, der die Bezugnahme auf die klassische Mechanik vermeidet, geht von der geometrischen Symmetriegruppe aus. Sie besteht aus Translationen in Raum und Zeit, Rotationen und dem Übergang zu einem gleichförmig bewegten Bezugssystem. Diese 10-parametrische Gruppe – im nichtrelativistischen Fall ist es die inhomogene Galilei-Gruppe, im relativistischen Fall die Poincaré-Gruppe – wirkt in der gewöhnlichen Raum-Zeit auf die Bestandteile der experimentellen Anordnung durch Veränderung ihrer Lage und Geschwindigkeit. Nach Überlegungen von Wigner muß jeder solchen Operation ein unitärer Operator im Hilbert-Raum des betrachteten Systems zugeordnet sein, der bis auf einen Phasenfaktor bestimmt ist. Zusammengenommen müssen diese Operator eine Darstellung der Symmetriegruppe (bis auf einen Phasenfaktor) bilden, eine sogenannte Strahldarstellung³. Alle solchen Darstellungen lassen sich aus irreduziblen aufbauen. Wigner hat bereits 1939 die irreduziblen Strahldarstellungen der Poincaré-Gruppe klassifiziert. Die entsprechende Analyse für die Galilei-Gruppe wurde erst später durchgeführt (s. [5]). Das Ergebnis ist, etwas vereinfachend formuliert, daß in beiden Fällen eine irreduzible Strahldarstellung durch zwei Parameter festgelegt wird, von denen der eine als Masse, der andere als Spin eines Par-

³ Die Unbestimmtheit des Phasenfaktors röhrt daher, daß einem „reinen Zustand“ nicht ein Vektor, sondern ein Strahl im Hilbert-Raum entspricht.

tikels interpretiert werden muß. Irreduzible Darstellungen sind einem einzelnen Partikel (ob Grundbaustein oder stabiles Objekt im Sinn der Einleitung) zugeordnet.

Wichtig ist nun, daß in einer irreduziblen Darstellung alle Operatoren im Hilbert-Raum ausgedrückt werden können als Funktionen von Operatoren, welche Gruppenelemente darstellen. Dies erlaubt, im Fall eines massiven Partikels in der nichtrelativistischen Theorie, denjenigen Projektor im Hilbert-Raum anzugeben, welcher die Lokalisation in einem gewählten Raumgebiet zu einer Zeit beschreibt. Dies führt auf einen „Ortsoperator“, und es ergeben sich die Heisenberg'schen Vertauschungsrelationen mit dem Impuls (dem Generator der räumlichen Translationen). Der materielle Anteil der in der Theorie betrachteten Systeme wird durch die erwähnte Tensorproduktkonstruktion aus den elementaren Bausteinen (Elektronen und Atomkernen) gewonnen. Für die „kinematischen Größen (Ort, Impuls, Spinorientierung zu einer gegebenen Zeit) entspricht dies dem Übergang zum Konfigurationsraum. Dies etabliert die Beziehung zwischen Vektoren des Hilbert-Raums und der naiven Anschauung. Das Photonensystem erfordert eine wesentlich andere Diskussion aus zweierlei Gründen. Zum einen gibt es, wegen der verschwindenden Masse, keinen Ortsoperator⁴. Zum anderen trägt das Photon keinerlei Ladungsquantenzahlen. Dies führt dazu daß die „Anzahl von Photonen“ i.A. kein physikalisch relevanter Begriff ist.

Für die Beschreibung der „Dynamik“ (Zeittranslation) brauchen wir noch die Form der Wechselwirkung der Grundbausteine untereinander und mit dem Photonensystem. Bei der gewählten Abgrenzung der Theorie ist die Wechselwirkung ausschließlich elektromagnetischer Natur und (nahezu) eindeutig aus der klassischen Maxwell-Theorie ablesbar. Ein grundsätzliches Verständnis dieser Struktur und ihrer Verallgemeinerung liegt außerhalb des hier betrachteten Rahmens. Als Stichwort könnte man das (nicht völlig klare) „Prinzip der lokalen Eichinvarianz“ erwähnen.

II.3 Verschränkung

In dem Hilbert-Raum $\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$ gibt es eine spezielle Klasse von Vektoren, die „Produktzustände“ der

⁴ Bei der physikalischen Interpretation einer irreduziblen Darstellung der Poincaré-Gruppe [6] zeigt sich, daß der Begriff der lokalisierten Zustände eines Partikels umso verschwommener wird, je kleiner die Ruhemasse ist.

Form $\Psi = \Psi^{(1)} \otimes \Psi^{(2)}$. Diese Menge würde dem kartesischen Produkt der Zustandsvektoren der Teilsysteme entsprechen. Das Tensorprodukt enthält darüber hinaus noch Linearkombinationen solcher Produktzustände. Wählen wir in \mathcal{H}_1 und \mathcal{H}_2 Orthonormalsysteme $\Psi_k^{(1)}$, $\Psi_\alpha^{(2)}$, so ist der allgemeine Vektor in \mathcal{H} ,

$$\Psi = \sum c_{k\alpha} \Psi_k^{(1)} \otimes \Psi_\alpha^{(2)}, \quad (5)$$

nicht reduzierbar auf die Form eines einfachen Produkts. Dies zeigt einen holistischen Zug der Quantentheorie. Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile. Wenn wir an System 1 später eine Beobachtung machen, dann entspricht dem „reinen Zustand“ Ψ des Gesamtsystems der statistische Operator $\rho^{(1)}$ für das System 1, mit den Matrixelementen

$$\rho_{k1}^{(1)} = \sum_\alpha c_{k\alpha} \bar{c}_{1\alpha}. \quad (6)$$

Wir wollen $\rho^{(1)}$ den „partiellen Zustand“ des Systems 1 nennen. Diese Bezeichnung ist sinnvoll, denn $\rho^{(1)}$ bestimmt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines durch System 1 verursachten Ereignisses selbst dann, wenn wir zwischendurch das System 2 in irgendeiner Weise beeinflußt haben, z.B. durch eine Beobachtung.⁵ Wesentlich ist jedoch, daß die partiellen Zustände $\rho^{(1)}$, $\rho^{(2)}$ nicht ausreichen um die Wahrscheinlichkeit von Ereignispaaren zu beschreiben. Die Verschränkung bewirkt eine Korrelation zwischen Ereignissen an den beiden Teilsystemen, die bei Koinzidenzmessungen an den beiden Teilen beobachtet werden kann. Wenn diese eine Erhaltungsgröße der Teilsysteme betrifft (Spinorientierung, Energie, Impuls, Ladung) dann bleibt die Korrelation für lange Zeiten, große Abstände, erhalten. Wesentlich ist weiter, daß diese Korrelationen nicht zurückgeführt werden können auf Korrelationen zwischen irgendwie gearteten (hypothetischen) „Zuständen“ der Teilsysteme, die diesen vor Eintritt der Ereignisse zugeschrieben werden könnten. Solche Korrelationen, die auch in der klassischen Physik wohlbekannt sind, müßten Ungleichungen genügen, auf die John Bell als erster hingewiesen hat. Die experimentelle Verifikation der

⁵ Diese, oft nicht beachtete, Tatsache ist letztlich eine Folge der als „Lokalität“ oder „Einstein-Kausalität“ bezeichneten Eigenschaft in der relativistischen Quantenfeldtheorie. Wir können von Beobachtung an System 1 oder 2 allein nur reden, wenn diese räumlich ausreichend getrennt sind. Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis an System 1 ist unabhängig vom Schicksal des Systems 2 in dem Gebiet, das raumartig zu dem Ereignis liegt. Anders steht es mit Korrelationen zwischen Ereignissen an den beiden Teilsystemen. Ihr kausaler Ursprung liegt in der Vorgeschichte der Systeme.

Aussagen der Quantentheorie haben die von Einstein, Podolsky und Rosen angestoßene Diskussion über „Elemente der Realität“ neu belebt. Die Existenz der spezifisch quantenphysikalischen Korrelationen bedeutet sicherlich, daß der Begriff „Zustand eines individuellen Objekts“ lediglich die Wahrscheinlichkeitstafel für Ereignisse betrifft, die ausschließlich von „diesem“ Objekt verursacht wurden, ohne Betrachtung der möglichen Kopplung solcher Ereignisse mit anderen. Schärfer ausgedrückt: einem individuellen Objekt können wir nur insoweit eine ontologische Bedeutung zumessen, als wir es als kausales Bindeglied zwischen zwei als faktisch betrachteten Ereignissen verstehen. So bedingt bereits das Pauli-Prinzip eine Verschränkung sämtlicher Elektronen der Welt; trotzdem hat es Sinn von „demjenigen“ Elektron zu reden, welches durch einen Strahlungspuls von einer Metalloberfläche freigesetzt wurde und dann ein latentes Bild in einer Photoemulsion verursachte. Diese Interpretation des Begriffs Objekt (bzw. Teilsystem) entspricht dem in Abschnitt I geschilderten evolutionären ontologischen Bild.

Zum Schluß soll noch die Frage beantwortet werden: Gegeben die partiellen Zustände $\rho^{(1)}, \rho^{(2)}$. Wann gibt es einen reinen Zustand des Gesamtsystems, dessen Restriktionen sie sind, und wie eindeutig ist dieser bestimmt? Wir schreiben (5) als

$$\Psi = \sum \Psi_k^{(1)} \otimes \Phi_k^{(2)}; \quad \Phi_k^{(2)} = \sum c_{k\alpha} \Psi_\alpha^{(2)}.$$

Dann ist

$$\rho_{kl}^{(1)} = (\Phi_l^{(2)} \Phi_k^{(2)}).$$

Wählen wir für die $\Psi_k^{(1)}$ speziell ein Orthonormalsystem in dem $\rho^{(1)}$ diagonal ist, also

$$\rho_{kl}^{(1)} = \lambda_k \delta_{kl},$$

dann folgt für $\lambda_k \neq 0$, daß $\Psi_k^{(2)} = \lambda^{-1/2} \Phi_k^{(2)}$ ein (eventuell unvollständiges) Orthonormalsystem in $\mathcal{H}^{(2)}$ ist, und wir haben

$$\Psi = \sum \lambda_k \Psi_k^{(1)} \otimes \Psi_k^{(2)}.$$

Die $\lambda_k, \Psi_k^{(r)}$ ergeben sich aus der Spektralzerlegung der $\rho^{(r)}$. Die beiden partiellen Zustände $\rho^{(r)}, r=1, 2$, sind nur dann Einschränkungen eines reinen Zustands des Gesamtsystems, wenn ihre Eigenwerte (einschließlich Multiplizität) übereinstimmen. Die Spektralzerlegung von $\rho^{(1)}$ ist gegenüber anderen Zerlegungen der Form $\rho^{(2)}$ dadurch physikalisch ausgezeichnet, daß sie erlaubt, $\rho^{(1)}$ als Restriktion eines reinen Zustands eines größeren Systems aufzufassen.

II.4 Kohärenz

Die Konsequenzen der Verschränkung zwangen dazu, die naive Vorstellung von „Objekten“ bzw. „Systemen“ zu revidieren. Wir konnten ein ontologisches Bild erst gewinnen durch Bezug auf den Begriff „Ereignis“, verstanden als eine definitive, (in gewissen Grenzen) freie Entscheidung in der Natur. Die Frage nach dem Status von Ereignissen und ihrer Trennbarkeit wird ihrerseits verdunkelt durch die Kohärenz, die Interferenzfähigkeit von Summanden in einem Zustandsvektor. In der orthodoxen Auffassung werden Entscheidungen lediglich der Wechselwirkung mit einem Beobachtungsinstrument zugeordnet. Die Beschreibung der dynamischen Entwicklung innerhalb eines abgeschlossenen Systems (Schrödinger-Gleichung bzw. Zeittranslationsoperator) kennt keine Ereignisse. Sie kann allerdings diesem Begriff einen approximativen Sinn zuschreiben. Wenn wir etwa ein Ereignis durch einen Projektor P charakterisieren, dann würde die Aussage, daß im Ensemble mit Zustand ρ eine Entscheidung darüber fällt, ob dieses Ereignis eintritt oder nicht eintritt, bedeuten, daß für alle künftigen Beobachtungen der Zustand

$$\rho' = P \rho P + (1-P) \rho (1-P) \quad (7)$$

ununterscheidbar ist von ρ . Also müßte, mit

$$\sigma = \rho - \rho' = (1-2P) [\rho, P], \quad (8)$$

für alle Projektoren P_f , die künftig möglichen Beobachtungen entsprechen,

$$\forall \sigma P_f = 0 \quad (9)$$

sein. Lassen wir die Einschränkung „künftig möglich“ weg, und lassen wir alle Projektoren im Hilbert-Raum als Kandidaten für P_f zu, dann könnte (9) nur in dem Trivialfall $[\rho, P] = 0$ erfüllt sein. Tatsächlich gibt es aber Einschränkungen für P_f , sowohl praktische wie grundsätzliche. Die ersten betreffen die Realisierbarkeit hypothetischer Beobachtungsinstrumente. Sie führen zu der erwähnten „effektiven Dekohärenz“, die an Hand typischer Beispiele vielfach diskutiert wurde. Über grundsätzliche Einschränkungen wissen wir wenig. Sicherlich ist es unplausibel anzunehmen, daß (im Sinne von II.1) auf jeden statistischen Operator ρ (als Zustand) jeder Projektor P (als Beobachtung) angewendet werden kann. Dies ist eine Idealisierung, welche die Selbstkonsistenz einer Beschreibung des Ganzen nicht berücksichtigt. Die tiefere Begründung einer „grundsätzlichen Dekohärenz“ liegt aber außerhalb der Reichweite des hier besprochenen Rahmens. Sie könnte das, zur Zeit

unbefriedigende, Verständnis des lokalen Eichprinzips in der Quantenphysik betreffen, mit der Frage nach der lokalen Bedeutung von Ladungsquantenzahlen und, damit zusammenhängend, einer lokalen Version von Superauswahlregeln.

Dekohärenz ist notwendig für die Annahme individueller Ereignisse. Eine „effektive Dekohärenz“ bedeutet, daß der Ereignisbegriff, und damit das geschilderte ontologische Bild, als eine Idealisierung zu verstehen ist, welche große quantitative Unterschiede in Qualitäten umsetzt. Demgegenüber würde eine „grundsätzliche Dekohärenz“ eine scharfe Definition des Ereignisbegriffs ermöglichen.

III. Bemerkungen zur relativistischen lokalen Quantenphysik

In der Hochenergiephysik beobachtet man Erzeugung und Vernichtung von Teilchen, und es ist keine grundsätzliche Unterscheidung zwischen Elementarteilchen und anderen stabilen Objekten bekannt (außer einer Hierarchie gewisser Ladungsquantenzahlen). Wenn wir von Systemen und Teilsystemen als Ausschnitte der Natur reden wollen, so können wir dies nicht mehr mit einer gewissen Anzahl von Grundbausteinen verbinden. Statt dessen bietet sich eine Gliederung nach Raum-Zeitgebieten an. In der lokalen Quantenphysik, die man als Rahmen ansehen kann, in den sich die Modelle der Quantenfeldtheorie und Verallgemeinerungen davon einordnen lassen, wird jedem Raum-Zeitgebiet eine Algebra zugeordnet. Der Vereinigung zweier raumartig getrennter Gebiete entspricht das Tensorprodukt der Algebren der Teilgebiete. Die Beziehung zu Hilbert-Räumen ist nicht unmittelbar. Die Elemente der Algebren sind zunächst keine Operatoren in einem Hilbert-Raum. Man kann sie als solche darstellen, aber es gibt unendlich viele nicht äquivalente Darstellungen und damit eine unübersehbare Menge möglicher Zustände. Man braucht einen globalen Referenzzustand (z.B. das globale Vakuum) um eine bestimmte Darstellung auszuwählen. Man kann ein Raum-Zeitgebiet als ein (offenes) Teilsystem auffassen und ihm einen „partiellen Zustand“ zuordnen. Dem Gebiet ist aber kein Hilbert-Raum zugeordnet, und die Diskussion der Verschränkung ändert sich etwas gegenüber Abschnitt II. Für eine eingehendere Beschreibung dieses Rahmens sei auf [7] verwiesen. Hier müssen wir uns auf wenige Bemerkungen beschränken.

Oberflächlich betrachtet wird hier das Problem der „Teilung der Welt“ beantwortet durch den Bezug auf ein vorgegebenes Raum-Zeit Kontinuum, das unbeschränkt teilbar ist. Doch hat Bohr's epistemologische Warnung hier besonderes Gewicht. Um ein raum-zeitliches Bezugssystem zu etablieren und die Lage irgendeines physikalischen Objekts oder Ereignisses darin zu beschreiben brauchen wir makroskopische Körper (idealisiert als starre Körper) und Lichtstrahlen (idealisiert als gerade Linien). Die Annahme eines, unabhängig vom physikalischen Geschehen vorhandenen Raum-Zeit Kontinuums als Ordnungsschema ist ein klassisches Bild. Ein letzter klassischer Anker, den wir in der lokalen Quantenphysik einsetzen. Man muß dann, als Ausgangspunkt für die Interpretation, einen Bohr-Heisenberg'schen Schnitt wählen zwischen makroskopischen Beobachtungsinstrumenten und dem Rest des Universums. Die raum-zeitlichen Attribute beziehen sich auf die ersten, wobei wir auf eine Analyse der Beschränkung ihrer Bedeutung verzichten. Bei der Verschiebung des Schnitts, Einbeziehung der Instrumente in den „Zustand der Welt“, und Ersetzung der Beobachtungsergebnisse durch Ereignisse ist die Situation ähnlich wie in Abschnitt II beschrieben. In einfachen Situationen, d.h. wenn die partiellen Zustände nur in wenigen Raum-Zeitgebieten von denen des globalen Vakuums abweichen, läßt sich eine Trennung einzelner Ereignisse angeben. Eine scharfe und allgemeine Definition des Ereignisbegriffs haben wir nicht, solange keine wesentlich stärkeren Einschränkungen des Superpositionsprinzips als die gegenwärtig bekannten Superelektionsregeln erkannt sind. Diese Problematik ist aufs engste verbunden mit dem Status von Raum-Zeit in einer künftigen Theorie, denn wenn man raum-zeitliche Aussagen als Relationen zwischen physikalischen Elementen begreifen möchte und nicht als Einbettung dieser Elemente in ein vorgegebenes Kontinuum, dann bietet sich in gegenwärtiger Sicht nur der Ereignisbegriff als Brücke an. Sie betrifft auch die Begründung der Auszeichnung der Zeitrichtung in der Welt in der wir leben. Ist sie in den Naturgesetzen verankert, wie in dem evolutionären Bild angenommen wird, oder ist sie eine Folge der globalen Situation, die in dem kosmologischen Modell des expandierenden Universums auf zufällige Anfangsbedingungen zurückgeführt wird? Die Antwort (innerhalb einer abgeschlossenen Theorie) hängt davon ab, ob sie dem Ereignisbegriff eine scharfe Bedeutung geben kann.

- [1] N. Bohr, *Atomphysik und menschliche Erkenntnis*, Vieweg Verlag, Braunschweig 1985.
- [2] N. Bohr, in *Albert Einstein, Philosopher and Scientist*, A. Schilpp ed. Univ. Press, Cambridge 1982.
- [3] R. Haag, *Objects, Events and Localization*, ESI preprint Oct. 1997.
- [4] H. P. Stapp, *Found. of Phys.* **9**, 1 (1979).
- [5] M. Hamermesh, *Group Theory and its Applications to Physical Problems*, Addison-Wesley, Reading 1964.
- [6] T. D. Newton und E. P. Wigner, *Rev. Mod. Phys.* **21**, 400 (1949).
- [7] R. Haag, *Local Quantum Physics*, 2nd ed., Springer Verlag, Heidelberg 1996.